

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2023-2024

Esame scritto del 17.06.2024

Parte 1 - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

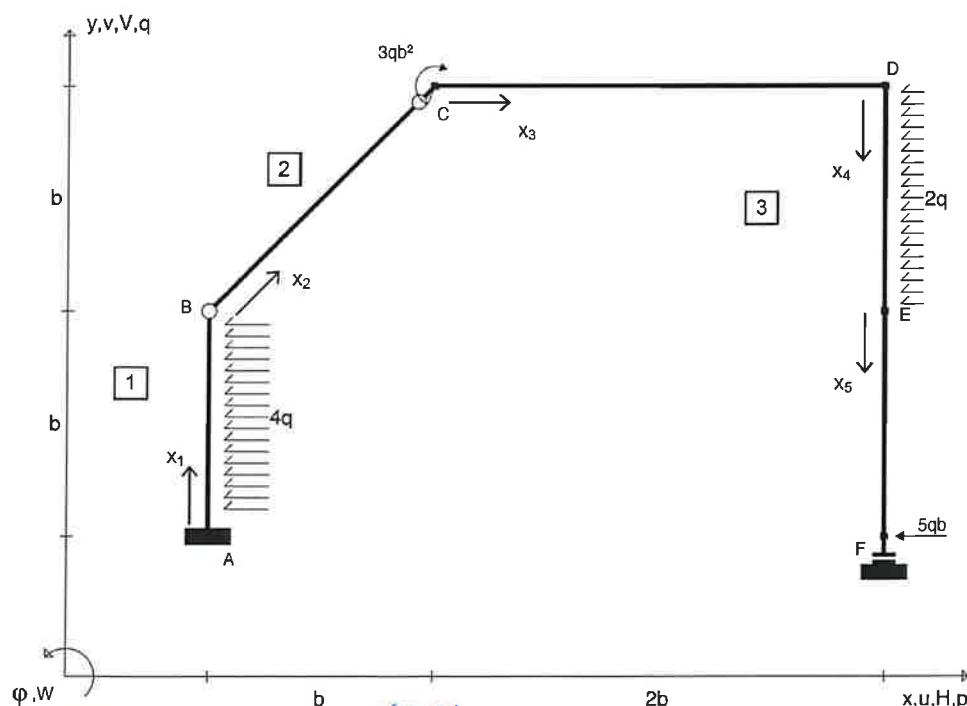
Allievo: e-mail: Matricola:

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_IC 17.06.24*001



Eq. ausiliarie

$$M_z^{(1)}(B) = 0 \quad \text{oppure} \quad M_z^{(2+3)}(B) = 0$$

$$M_z^{(1+2)}(C) = 0 \quad \text{oppure} \quad M_z^{(3)}(C) = 0$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_D applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

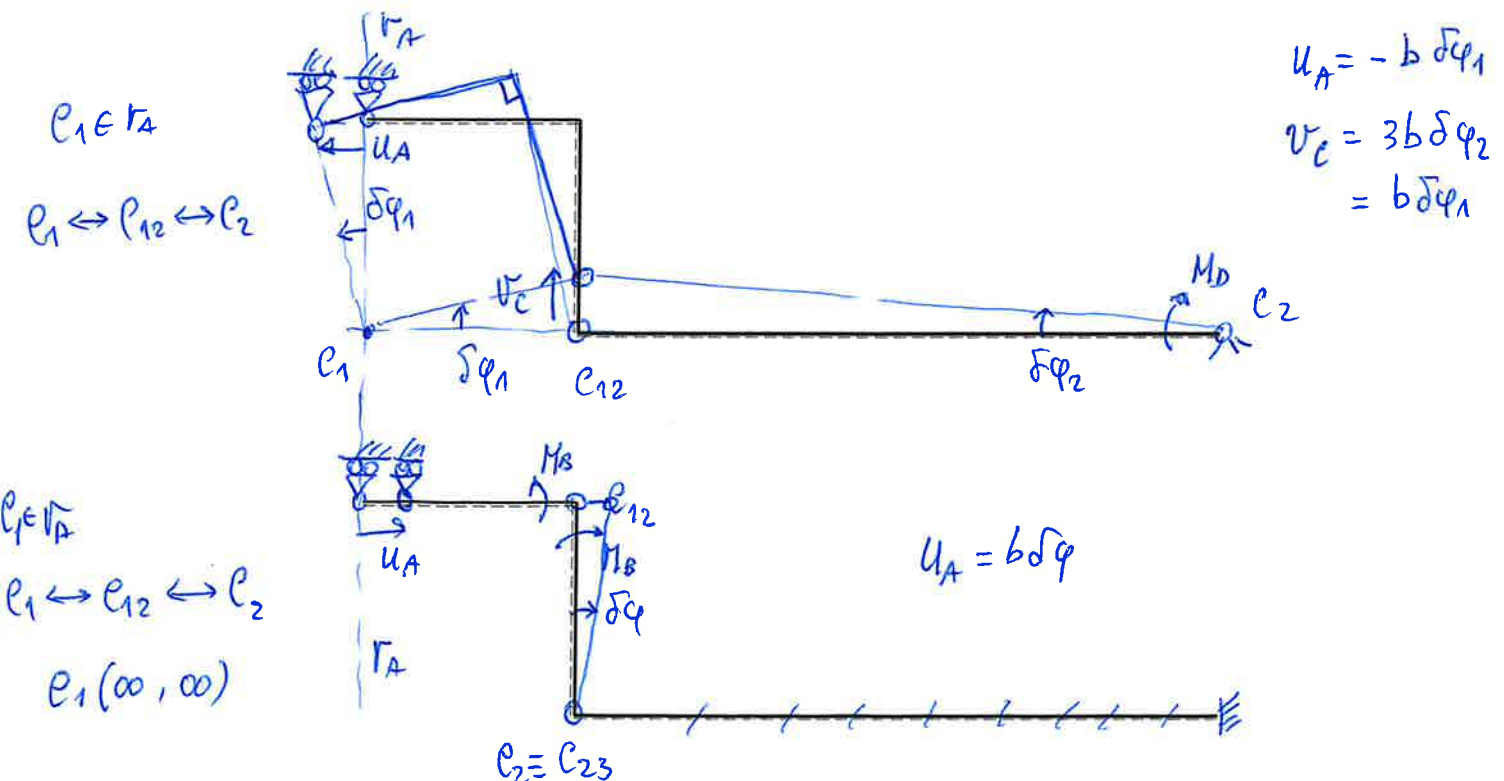
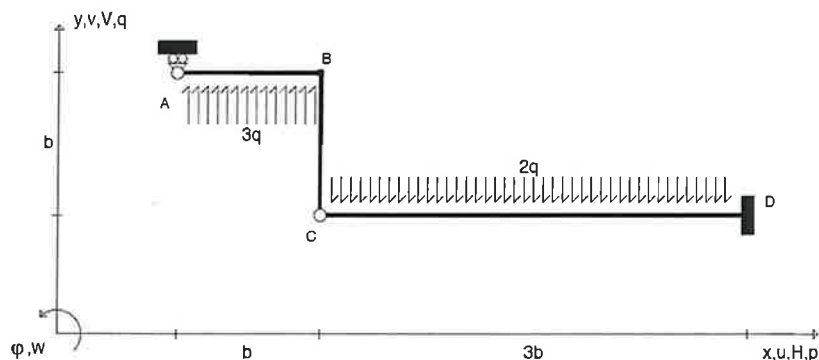
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$M_D(\hat{\mathcal{D}}) = \dots -\frac{9}{2}qb^2 \dots; C_1 = (\dots 0, -b \dots); C_2 = (\dots hb, -b \dots); C_{12} = (\dots b, -b \dots);$$

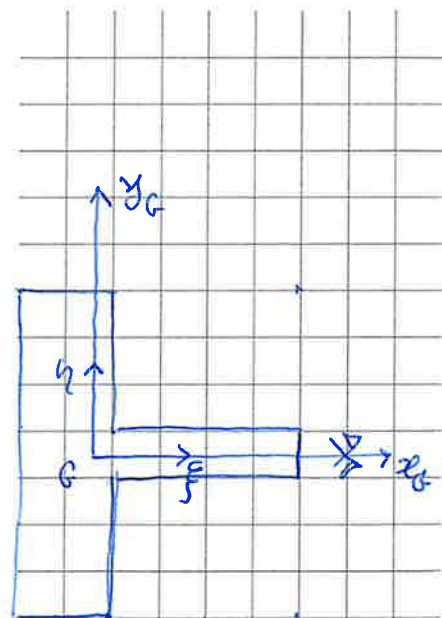
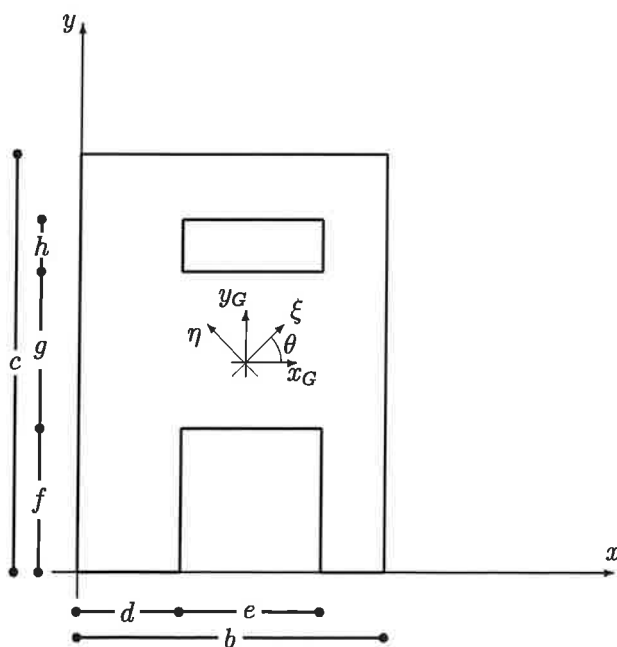
$$v_C = \dots \frac{3b\delta q_2}{2} = \frac{b\delta q_1}{2} \dots; u_A = \dots -b\delta q_1 \dots;$$

$$M_B(\hat{\mathcal{D}}) = \dots 0 \dots; v_C = \dots 0 \dots; u_A = \dots b\delta q_1 \dots;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 6a$; $c = 7a$; $d = 2a$; $e = 4a$; $f = 3a$; $g = 1a$; $h = 3a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



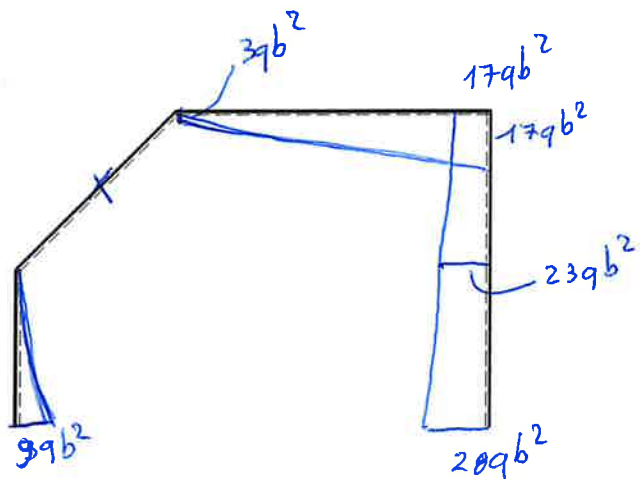
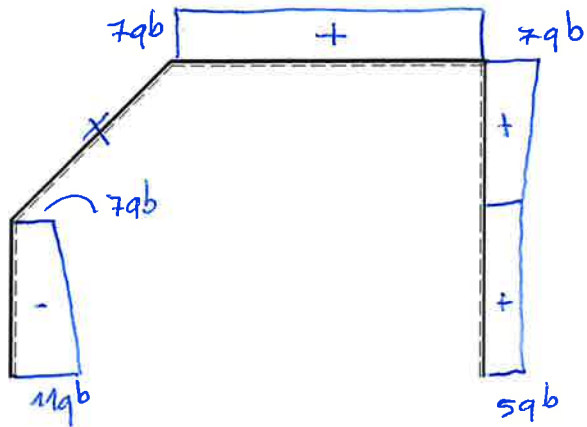
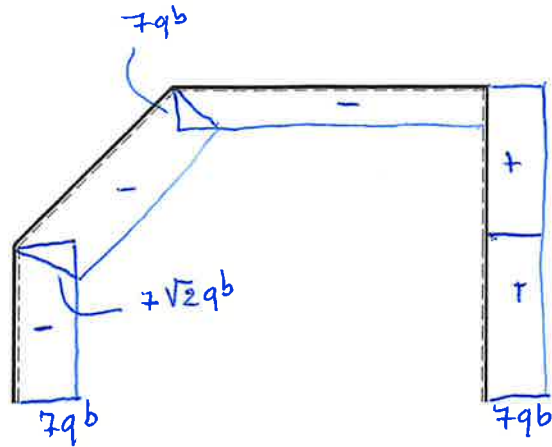
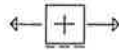
$$S_x = \dots 63a^3 \dots; S_y = \dots 30a^3 \dots;$$

$$x_G = \dots \frac{5}{3}a = 1.6667a \dots; y_G = \dots \frac{7}{2}a = 3.5000a \dots;$$

$$J_{xG} = \dots \frac{115}{2}a^4 = 57.5000a^4 \dots; J_{yG} = \dots 38a^4 \dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots 0 \dots; \tan 2\theta = \dots 0 \dots;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots \frac{115}{2}a^4 \dots; J_\eta = J_{\min} = \dots 38a^4 \dots;$$



$H_A(\Rightarrow) = 11qb$	$V_A(\uparrow) = 7qb$	$M_A(\curvearrowright) = -9qb^2$	$V_F(\uparrow) = -7qb$	$M_F(\curvearrowright) = 20qb^2$
$N_{AB} = -7qb$	$T_{AB} = -11qb + 4qx_1$	$M_{AB} = 9qb^2 - 11qb x_1 + 2qx_1^2$		
$N_{BC} = -7\sqrt{2}qb$	$T_{BC} = 0$	$M_{BC} = 0$		
$N_{CD} = -7qb$	$T_{CD} = 7qb$	$M_{CD} = 3qb^2 + 7qb x_3$		
$N_{DE} = 7qb$	$T_{DE} = 7qb - 2qx_4$	$M_{DE} = 17qb^2 + 7qb x_4 - qx_4^2$		
$N_{EF} = 7qb$	$T_{EF} = 5qb$	$M_{EF} = 23qb^2 + 5qb x_5$		

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2023-2024

Esame scritto del 17.06.2024

Parte 1 - Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

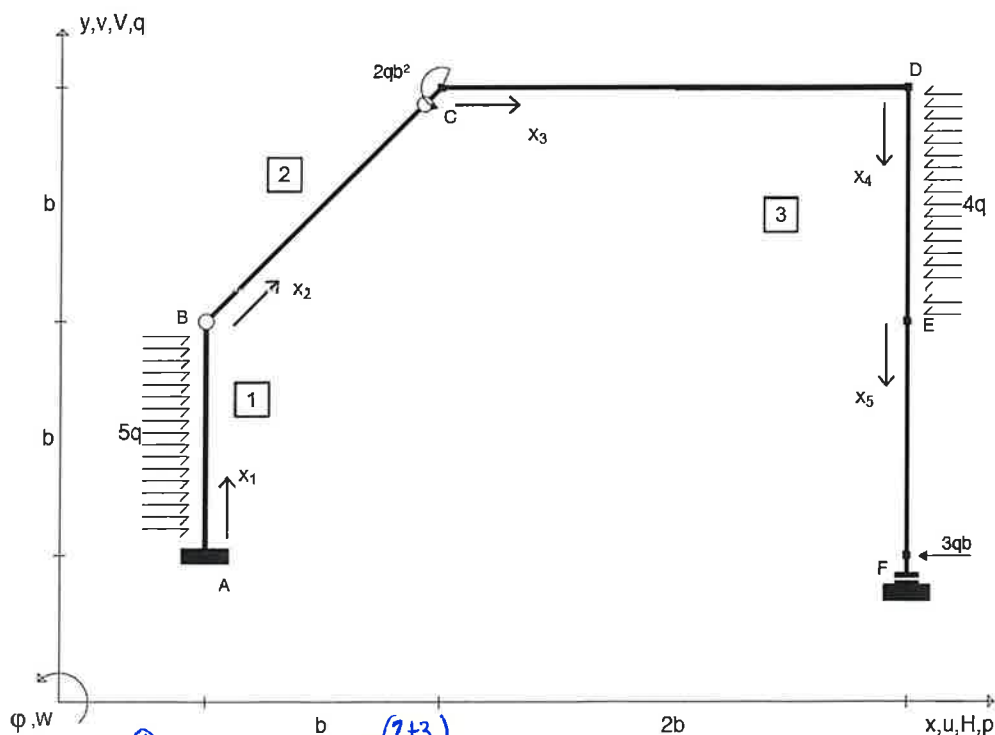
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_IC 17.06.24*002



Eq. ausiliarie
 $M_z(B) = 0$ oppure $M_z(B) = 0$
 $M_z(C) = 0$ oppure $M_z(C) = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_D applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

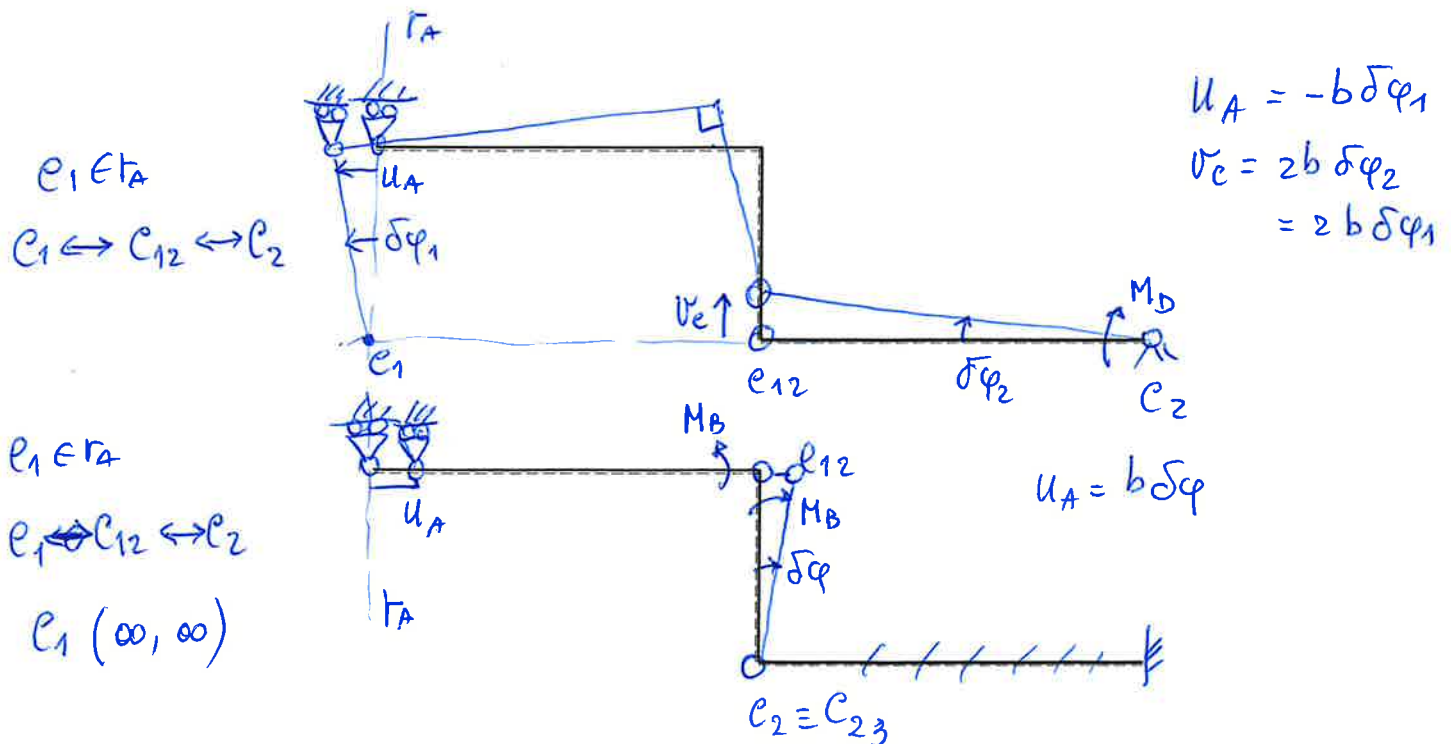
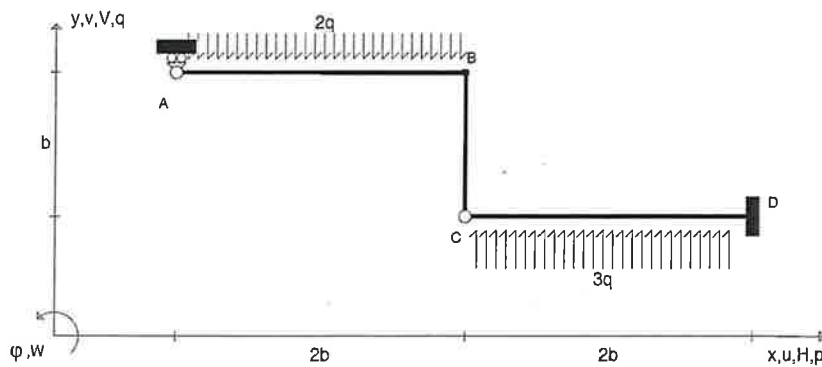
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC_IC 17.06.24*005



$$M_D(\varphi) = 296^2; C_1 = \begin{pmatrix} 0 & -b \\ \dots & \dots \end{pmatrix}; C_2 = \begin{pmatrix} 4b & -b \\ \dots & \dots \end{pmatrix}; C_{12} = \begin{pmatrix} 2b & -b \\ \dots & \dots \end{pmatrix};$$

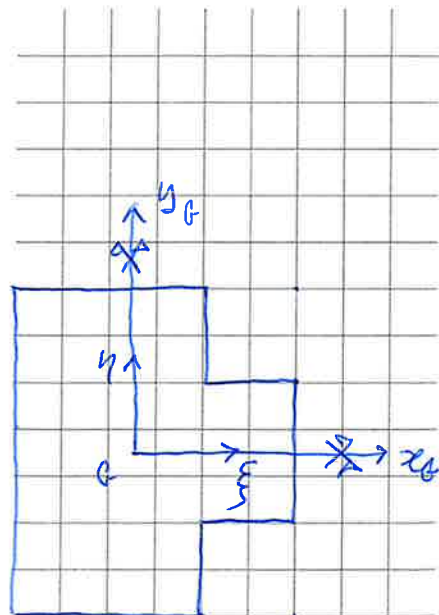
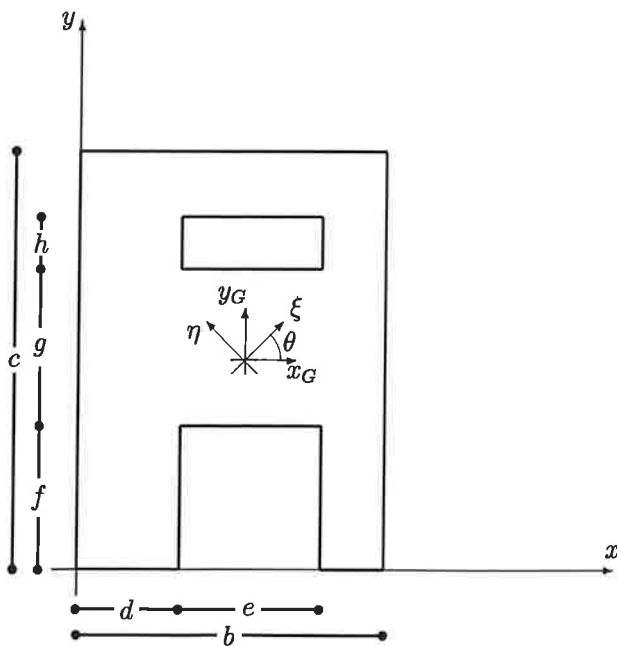
$$v_C = 265\varphi_2 = 265\varphi_1; u_A = -65\varphi_1;$$

$$M_B(\varphi_1, \varphi_2) = 0; v_C = 0; u_A = 65\varphi_1;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 6a$; $c = 7a$; $d = 4a$; $e = 2a$; $f = 2a$; $g = 3a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



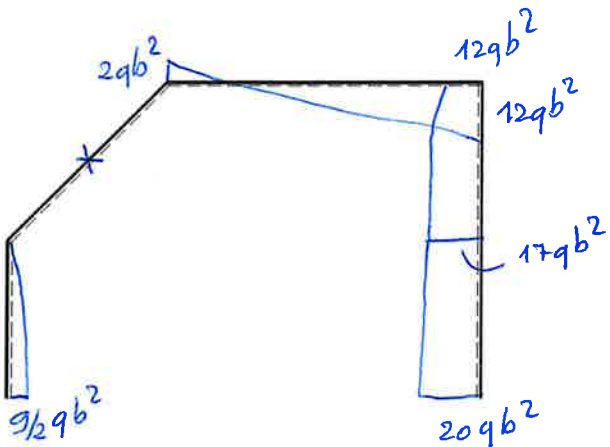
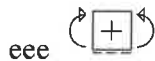
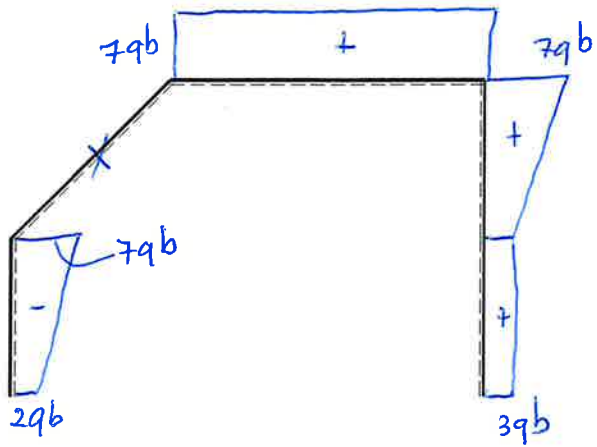
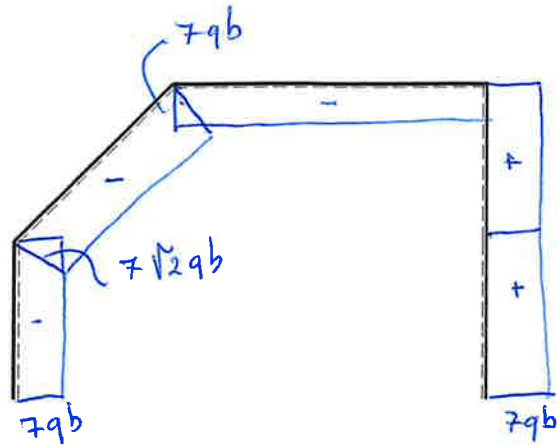
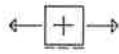
$$S_x = 119a^3; S_y = 86a^3;$$

$$x_G = 43/17a = 2.5294a; y_G = 7/2a = 3.5000a;$$

$$J_{xG} = 713/6a^4 = 118.8333a^4; J_{yG} = 4274/5a^4 = 85.48a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = 713/6a^4; J_\eta = J_{\min} = 4274/5a^4;$$



$H_A(\Rightarrow) = 2qb$	$V_A(\uparrow) = 7qb$	$M_A(\curvearrowright) = -\frac{9}{2}qb^2$	$V_F(\uparrow) = -7qb$	$M_F(\curvearrowright) = 20qb^2$
$N_{AB} = -7qb$	$T_{AB} = -2qb - 5qx_1$	$M_{AB} = \frac{9}{2}qb^2 - 2qb x_1 - \frac{5}{2}q x_1^2$		
$N_{BC} = -7\sqrt{2}qb$	$T_{BC} = 0$	$M_{BC} = 0$		
$N_{CD} = -7qb$	$T_{CD} = 7qb$	$M_{CD} = -2qb^2 + 7qb x_3$		
$N_{DE} = 7qb$	$T_{DE} = 7qb - 4qx_4$	$M_{DE} = 12qb^2 + 7qb x_4 - 2q x_4^2$		
$N_{EF} = 7qb$	$T_{EF} = 3qb$	$M_{EF} = 17qb^2 + 3qb x_5$		

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_D applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

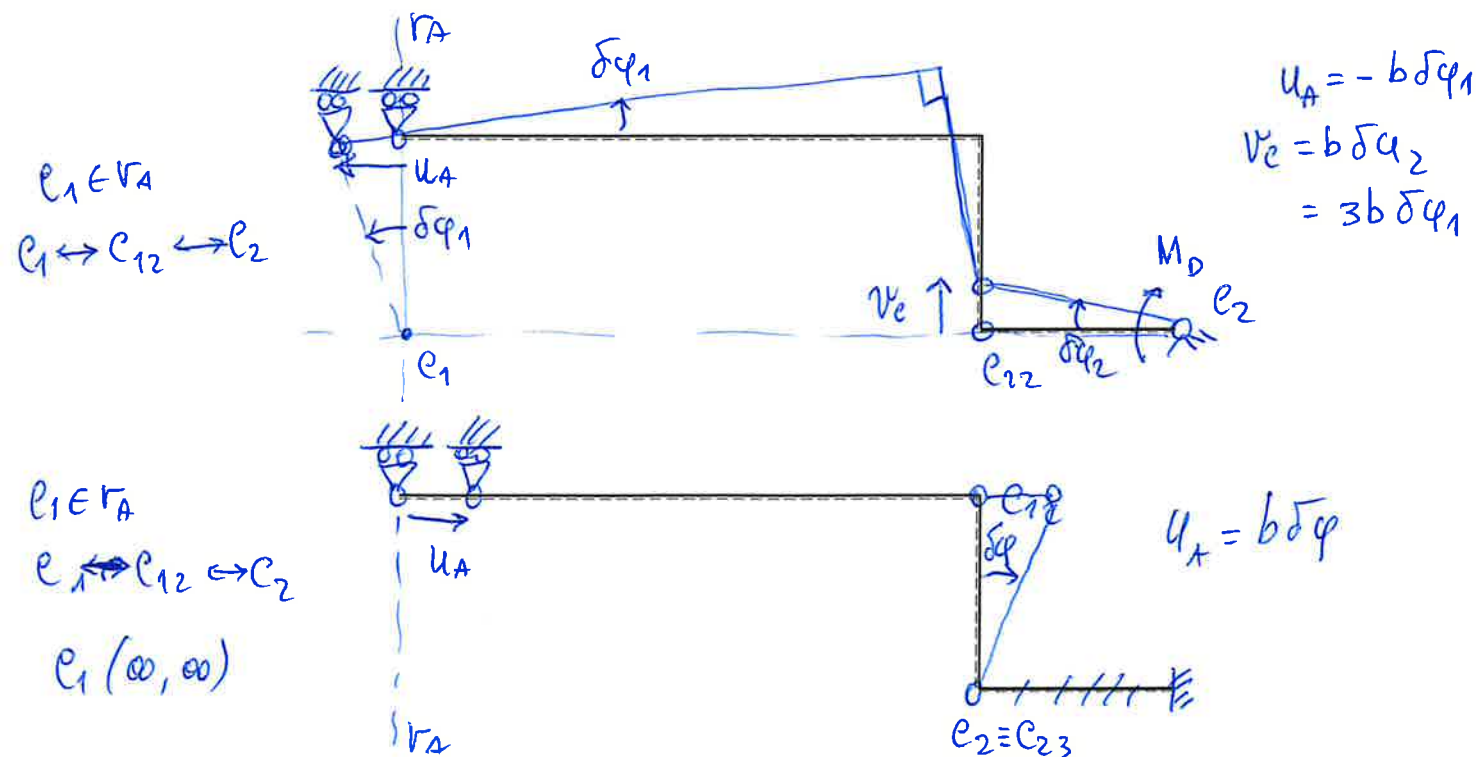
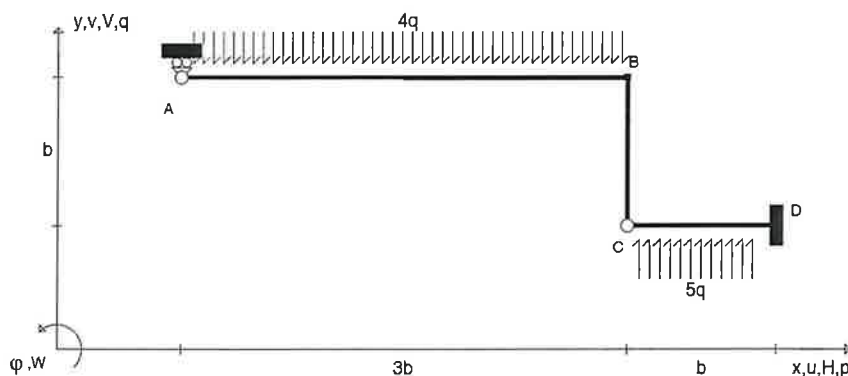
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC_IC 17.06.24*006



$$M_D(\hat{\sigma}) = -\frac{7}{2} 9b^2; C_1 = (0, -b); C_2 = (4b, -b); C_{12} = (3b, -b);$$

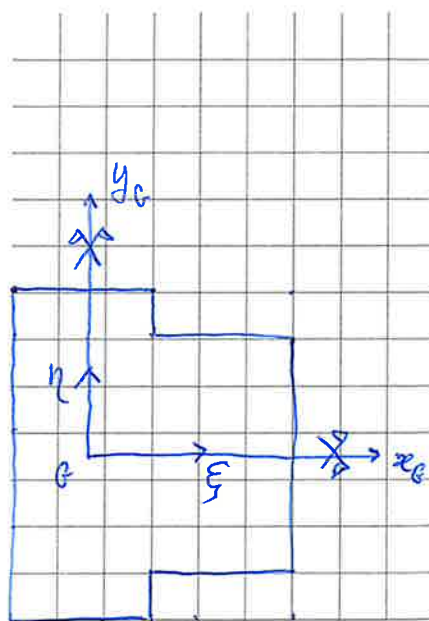
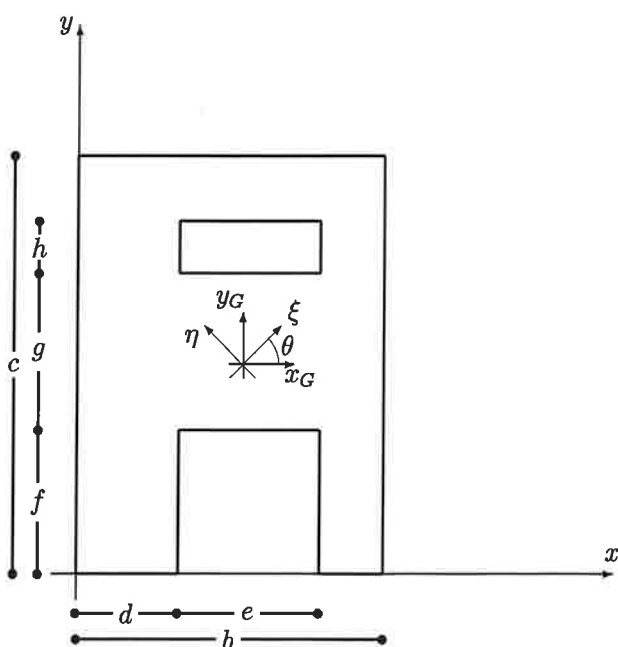
$$v_C = 65q_2 = 365q_1; u_A = -65q_1;$$

$$M_B(\hat{\sigma} \square \hat{\sigma}) = 0; v_C = 0; u_A = 65q;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 6a$; $c = 7a$; $d = 3a$; $e = 3a$; $f = 1a$; $g = 5a$; $h = 1a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



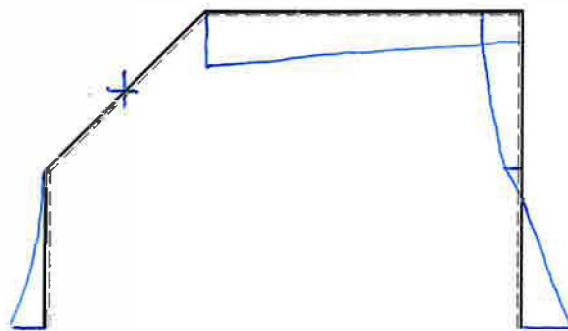
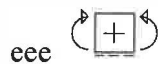
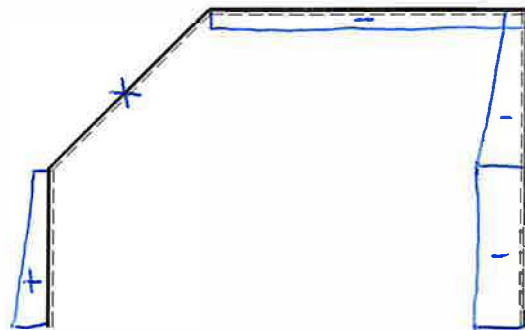
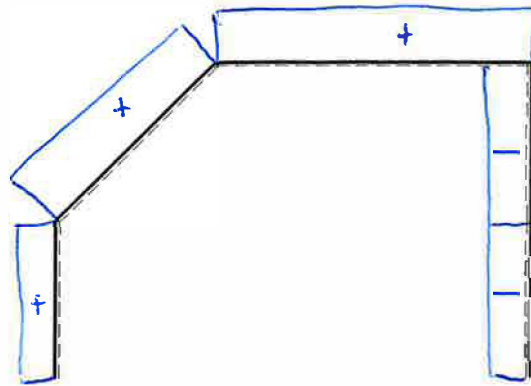
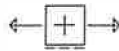
$$S_x = 126 a^3; S_y = 99 a^3;$$

$$x_G = 11/4 a = 2.7500 a; y_G = 7/2 a = 3.5000 a;$$

$$J_{xG} = 117 a^4; J_{yG} = 423/4 a^4 = 105.7500 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = 117 a^4; J_\eta = J_{\min} = 423/4 a^4;$$



$$\begin{aligned}
 H_A(\Rightarrow) &= \underline{-3qb}; & V_A(\uparrow) &= \underline{-qb}; & M_A(\curvearrowright) &= \underline{2qb^2}; & V_F(\uparrow) &= \underline{qb}; & M_F(\curvearrowright) &= \underline{-\frac{1}{2}qb^2}; \\
 N_{AB} &= \underline{qb}; & T_{AB} &= \underline{3qb - 2qx_1}; & M_{AB} &= \underline{-2qb^2 + 3qb x_1 - qx_1^2}; \\
 N_{BC} &= \underline{\sqrt{2}qb}; & T_{BC} &= \underline{0}; & M_{BC} &= \underline{0}; \\
 N_{CD} &= \underline{qb}; & T_{CD} &= \underline{-qb}; & M_{CD} &= \underline{5qb^2 - qb x_3}; \\
 N_{DE} &= \underline{-qb}; & T_{DE} &= \underline{-qb - 3qx_4}; & M_{DE} &= \underline{3qb^2 - qb x_4 - \frac{3}{2}qx_4^2}; \\
 N_{EF} &= \underline{-qb}; & T_{EF} &= \underline{-4qb}; & M_{EF} &= \underline{\frac{1}{2}qb^2 - 4qb x_5};
 \end{aligned}$$